Antwoorden van het tentamen Basiswiskunde van 23 – 10 – 2006

1 $\dfrac{-9}{(x-4)(x+5)}+\dfrac{(x+5)}{(x-4)(x+5)}=\dfrac{x-4}{(x-4)(x+5)}=\dfrac{1}{x+5}$ (met $x \neq 4$)

2 $(x+4)((x+4)^2-18x)=(x+4)(x^2-10x+16)=(x+4)(x-2)(x-8)$

3 $(2x)^3-3(2x)^2+3\cdot 2x-1+x^3+3x^2+3x+1=x \Rightarrow$

$9x^3-9x^2+8x=0 \Rightarrow x(9x^2-9x+8)=0 \Rightarrow x=0 \vee 9x^2-9x+8=0$

Bij dit laatste gedeelte geldt: $D=9^2-4\cdot 9\cdot 8=-207$ Dus geen ander oplossingen.

4 $\dfrac{4\cdot(0,8)^2}{1-0,8}=12,8$

5 Domein: $-1 \le 1-2x \le 1 \Leftrightarrow -2 \le -2x \le 0 \Leftrightarrow 0 \le x \le 1$

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{\sqrt{1-(1-2x)^2}}\cdot -2=\dfrac{-2}{\sqrt{-4x^2+4x}}$

6 $\dfrac{dy}{dx}=-1(x^2+4x)e^{-x}+(2x+4)e^{-x}=(-x^2-2x+4)e^{-x}$

$\dfrac{d^2x}{dx^2}=-(-x^2-2x+4)e^{-x}+(-2x-2)e^{-x}=(x^2-6)e^{-x}$

$\dfrac{d^2x}{dx^2}=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{6}$

7 $F(x)=\tfrac{1}{7}\sin(7x+2)+\tfrac{1}{3}e^{3x}+C$

8 $F(x)=-\tfrac{1}{6}\cos^6 x+C$

9 $2\sin x\cos x-\cos x=0 \Rightarrow \cos x(2\sin x-1)=0 \Rightarrow \cos x=0 \vee \sin x=\tfrac{1}{2} \Rightarrow$

$x=\tfrac{1}{6}\pi \vee x=\tfrac{1}{2}\pi \vee x=\tfrac{5}{6}\pi \vee x=1\tfrac{1}{2}\pi$

10 $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ geeft $\cos\frac{1}{4}\pi = 1 - 2\sin^2\frac{1}{8}\pi \Rightarrow 2\sin^2\frac{1}{8}\pi = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{2} \Rightarrow$

$\sin\frac{1}{8}\pi = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\sqrt{2}}$

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ geeft $\cos\frac{1}{4}\pi = 2\cos^2\frac{1}{8}\pi - 1 \Rightarrow 2\cos^2 x = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{2} \Rightarrow$

$\cos\frac{1}{8}\pi = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2}}$

(zowel de sin als cos alleen de + wortel omdat beiden > 0)

11 $z^2 + 6iz + 7 = 0 \Rightarrow (z + 3i)^2 + 9 + 7 = 0 \Rightarrow (z + 3i)^2 = -16 \Rightarrow$

$z + 3i = \pm 4i \Rightarrow z = -7i \vee z = i$

12 $z^3 = -64i = 64e^{-\frac{1}{2}\pi i + k2\pi} \Rightarrow z = 4e^{-\frac{1}{6}\pi i + k\cdot\frac{2}{3}\pi i} \Rightarrow$

$z = 4e^{-\frac{5}{6}\pi i} \vee z = 4e^{-\frac{1}{6}\pi i} \vee z = 4e^{\frac{1}{2}\pi i} \Rightarrow$

$z = 4(-\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}i) \vee z = 4(\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}i) \vee z = 4i \Rightarrow$

$z = -2\sqrt{3} - 2i \vee z = 2\sqrt{3} - 2i \vee z = 4i$

13 $z^2 = 25(\frac{7}{25} - \frac{24}{25}i) = r^2(\cos 2\phi + i\sin 2\phi)$ dus $r = 5$,

$\cos 2\phi = 2\cos^2\phi - 1$ geeft $\cos^2\phi = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos\phi = \pm\frac{4}{5}$,

$\cos\phi = \frac{4}{5}$ geeft $\sin\phi = -\frac{3}{5}$ en $\cos\phi = -\frac{4}{5}$ geeft $\sin\phi = \frac{3}{5}$

$z = 5(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i) = 4 - 3i \vee z = 5(-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i) = -4 + 3i$

14 $n = 1$ geeft $9 + 6\cdot 2 = 21 = 3\cdot 7$ Dus formule klopt voor $n = 1$

Stel formule klopt voor $n = m$ dan $9^m + 6\cdot 2^m$ is deelbaar door 7

Dan ook $9^{m+1} + 6\cdot 2^{m+1} = 9\cdot 9^m + 2\cdot 6\cdot 2^m = 2(9^m + 6\cdot 2^m) + 7\cdot 9^m$

Deelbaar door 7. Dit eerste door de inductiestap.