

Het gebruik van boeken, dictaten en calculators is toegestaan.

Normering:

$$\begin{array}{l} 1a : 7 ; \quad 2a : 3 ; \quad 3a : 3 ; \quad 4a : 2 ; \quad 5 : 4 \\ b : 3 ; \quad b : 2 ; \quad b : 3 ; \quad b : 2 ; \\ c : 3 ; \quad c : 2 \\ d : 2 \end{array}$$

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{totaal} + 4}{4}.$$

1. (a) Bepaal de machtreeksoplossing $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ van het probleem

$$(1+x)y'' + y' = 0; \quad y(0) = 5; \quad y'(0) = 1.$$

- (b) Bepaal de convergentiestraal van de machtreeks die u gevonden hebt.

2. Op het gebied $0 \leq x \leq \pi$ beschouwen wij de functie $f(x) = x^2$.

- (a) Ontwikkel $f(x)$ als sinusreeks.
(b) Bepaal de waarde die uw reeks aanneemt in $x = \pi$.
(c) Ontwikkel $f(x)$ ook als cosinusreeks.
(d) Welke waarde wordt nu in $x = \pi$ aangenomen?

3. Onderzoek of de volgende reeksen convergent zijn:

(a)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{k};$$

(b)
$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{2k+1}{4k+7}.$$

4. Beschouw de rij, die gegeven wordt door $a_1 = \frac{1}{4}$; $a_{n+1} = 2a_n(1 - a_n)$ als $n \geq 1$.

- (a) Laat zien dat $0 < a_n < \frac{1}{2}$ voor alle $n \geq 1$.
(b) Laat zien dat $\{a_n\}$ een stijgende rij is.
(c) Laat zien dat $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ bestaat en bereken die limiet.

5. Bepaal het convergentie-centrum en de convergentiestraal van de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2 \ln(n+1)} (x-3)^{2n}.$$