

Tweede deeltentamen Calculus 2 voor S/MNW

22 december 2011, 15:15–17:15

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven. Leg bij elke opgave duidelijk uit wat je doet. Het enig toegestane hulpmiddel is een eenvoudige rekenmachine.

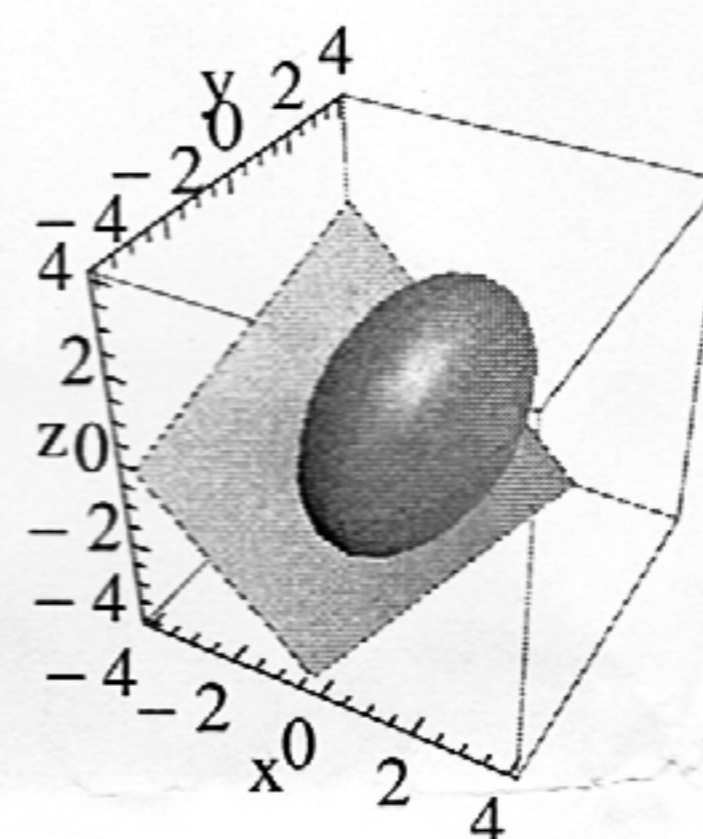
1. [70 punten] Stel  $z = 2x + \ln(xy)$ ,  $x = st$  en  $y = 2s + t$ . Leid de kettingregel af voor  $\frac{\partial z}{\partial t}$  in deze situatie en bereken  $\frac{\partial z}{\partial t}$  met deze kettingregel. Druk het antwoord uit in de variabelen  $s$  en  $t$ .

2. [60 punten] Bepaal de richtingsafgeleide van de functie  $f(x, y) = 2xy^2$  in de richting van de vector  $2\mathbf{i} + \mathbf{j}$  in het punt  $(1, 1)$ .

3. [60 punten] Beschouw de functie

$$f(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + 2z^2.$$

Bereken  $\nabla f(-1, 1, -2)$  en leid hieruit een vergelijking af voor het raakvlak aan het oppervlak dat wordt gegeven door  $f(x, y, z) = 13$  in het punt  $(-1, 1, -2)$  (zie figuur).



4. [70 punten] Gegeven is het stelsel vergelijkingen

$$\begin{cases} w^2 - x^2yz = 0, \\ x^2y + w - 2z = 0. \end{cases}$$

Bereken  $\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z$  in het punt  $(w, x, y, z) = (1, 1, 1, 1)$ .

5. [70 punten] Bereken het Taylorpolynoom  $P_2(x, y)$  van graad 2 van de functie  $f(x, y) = (x + xy)^{-1}$  in het punt  $(1, 0)$ .

6. [70 punten] Bereken met behulp van de coördinatentransformatie

$$u = x^2y \quad v = xy$$

de integraal  $\iint_D xy \, dx \, dy$  over het gebied  $D$  dat ligt ingeklemd tussen de krommen  $x^2y = 1$ ,  $x^2y = 2$ ,  $xy = 1$  en  $xy = 2$  in het eerste kwadrant (zie figuur).

